Scientific Research

Combination Weighting Approach Based on Relative Entropy and the Decision-maker's preference

Li Dong[1], Li Guo-lin[2], Yu Jing[1]
1.№5 Department, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, China
2.№7 Department, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, China
1. e-mail lidong501@sohu.com

Abstract: In view of the shortage of the present subjective and objective weighting methods, a new combination weighting approach isput forward.in which the weight vectors at different point of views determined by several evaluation method was considered and the whole-warp between the ideal combination of the estimated weight vectors and the combination determined by other methods became minimal. This approach considers the decision-maker's preference to the weighting methods and consistency degree of these weighting methods.Steps of this new combination weighting approach are given, and a numerical example is used to illustrate its reasonability.

Keywords: multi-attribute decision making; combination weighting; relative entropy; joint-entrop; Decision-maker's preference

基于相对熵和决策者偏好的最优组合赋权方法

李　冬[1]，李国林[2]，于　静[1]
1. 海军航空工程学院五系，烟台，中国，264001
2. 海军航空工程学院七系，烟台，中国，264001
1. e-mail lidong501@sohu.com

【摘要】针对现有主观赋权法和客观赋权法的不足，提出了一种新的组合赋权法。该方法融合了多种赋权法所含有的信息，使组合权向量与所有其它赋权法的权向量之间的总体偏差为最小，同时进行可信度和合理性进行检验，尽量消除各赋权方法的不确定性，并尽可能地满足决策者的偏好。建立了组合权系数优化模型，通过实例说明了此方法的合理性。

【关键词】多属性决策；组合赋权；相对熵；离差；决策者偏好

1 引言

在多属性决策问题中，合理地确定属性的权重是决策的一个核心而又比较困难的问题。权重的确定方法有很多，按照原始数据的来源基本上可分为三大类，即主观赋权法、客观赋权法和组合赋权法。主观赋权法一般不会违反人们的常识，但其随意性较大，准确性和可靠性稍差，应用中有较大的局限性。客观赋权法具有较强的数学理论依据，但依赖于实际的原始数据，计算方法比较繁琐，有时会出现权重系数不合理的现象。由于主、客观赋权法各自的优缺点，为兼顾决策者对属性的偏好，同时又力争减少赋权的主观随意性，使对属性的赋权达到主观与客观的统一，进而使决策结果更加合理、可靠，需要研究将各种赋权方法综合起来的方法，即组合赋权法。

资助信息：总装装备预研基金资助项目(编号：513040301).

目前对具体的组合赋权方法讨论的比较多，但是，如果组合赋权中只是单纯地不加选择地将多个权向量进行合成，那就成了一种简单的数学上的折中处理，所得到的权向量未必能达到我们所期望的效果。因此，各种权向量的差异性一方面使得最终的综合权值更加合理；另一方面，这种差异性又不能太大，否则会使得合成的权向量偏离真实情况更远。也即是多个权向量的差异性应该在一定的范围以内，如果某个权向量对评价结果的影响方向明显偏离其它的权向量，就可以认为该权向量与其它的权向量是不相容的。所以，在对多个权向量组合之前，对它们进行相容性检验是必要的。如果待组合的若干个权向量未通过相容性检验，就需要对其进行处理，剔除不相容的权向量；如果通过了相容性检验，则通过某种理论和方法对它们进行合成，使得组合权向量既能反映单个权向量的影响，综合性能又优于单个权向量的评价结果。

978-1-935068-01-3

本文提出了一种基于决策者偏好和相对熵的最优组合赋权方法，并对组合赋权进行事前检验和事后检验，该法把主观和客观两类权重信息相结合，既能充分利用客观信息，又尽可能地满足决策者的主观愿望。

2 基于相对熵和决策者偏好的最优组合赋权法的原理

设多属性决策问题的方案集为 $S=\{S_1,S_2,\ldots,S_m\}$，属性集为 $P=\{P_1,P_2,\ldots,P_n\}$，评价矩阵 $A=\left[a_{ij}\right]_{m\times n}=\left(R_1,R_2,\ldots,R_m\right)^T$，$a_{ij}$ 表示方案 S_i 对属性 P_j 的属性值（设 a_{ij} 已经过标准化处理，即 $0\le a_{ij}\le 1$），$R_i=\left(a_{i1},a_{i2},\ldots,a_{in}\right)$ 表示方案 S_i 的评价值向量。权向量为 $w=\{w_1,w_2,\ldots,w_n\}$，$0\le w_j\le 1$，$\sum_{j=1}^{n}w_j=1$。假设有 s 种赋权方法（既有主观赋权法又有客观赋权法），其中第 k 种方法得到的权向量为 $w^{(k)}=\left\{w_1^{(k)},w_2^{(k)},\ldots,w_n^{(k)}\right\}$。组合赋权方法便是按照一定的原则，求取组合权向量 $w^{(0)}=\left\{w_1^{(0)},w_2^{(0)},\ldots,w_n^{(0)}\right\}$。

2.1 赋权方法可信度的确定

由于赋权方法原理的不同，决策者对于被决策问题不同方法是有偏好的。确定不同赋权方法的可信度，通常从决策者对各种赋权方法的主观偏好以及基于各赋权方法的评价结果的贴近度等方面进行考虑。

对于给定的 s 种赋权方法，决策者一般会有自己的主观偏好。设决策者对 s 种赋权法的偏好度为 $\lambda_k\ge 0$ $\left(k=1,2,\ldots,s\right)$，且 $\sum_{k=1}^{s}\lambda_k=1$。$\lambda_k$ 是决策者在充分了解各种主客观赋权方法优缺点的基础上给出的，一般可以通过 AHP 法等来确定，不再赘述。

组合赋权法是将多种赋权方法的赋权结果集成为组合权重，组合赋权时各种赋权方法所起作用的大小应该与这些方法的赋权结果的一致性程度相联系。如果一种赋权方法的赋权结果与其它赋权方法的赋权结果的一致性较差，则组合赋权时这种方法所起的作用应较小，反之则较大。用 β_k 表示第 k 种赋权方法的相对一致性程度，满足 $\beta_k\ge 0$ $\left(k=1,2,\ldots,s\right)$，且 $\sum_{k=1}^{s}\beta_k=1$。β_k 越大，则 $w^{(k)}$ 在组合赋权过程中所占的比重也应越大。

目前度量和检验各种赋权结果一致性的方法主要是采用 Spearman 等级相关系数法和 Kendall 和谐系数法[1]，这两种方法都是只利用了属性权重的排序信息，得到的一致性度量是比较粗略的，不能准确的反映一致性程度，本文利用相对熵[2]对各种赋权结果进行集结得到集结权重，以各赋权结果与集结权重间的贴近度度量各赋权结果的可信度。

定义 1 任意两个权向量 $w^{(i)}$，$w^{(j)}$ $\left(i,j=1,2,\ldots,s\right)$ 之间的相对熵 $h\left(w^{(i)},w^{(j)}\right)$ 如下式所示：

$$h\left(w^{(i)},w^{(j)}\right)=\sum_{l=1}^{n}w_l^{(i)}\log\frac{w_l^{(i)}}{w_l^{(j)}}\tag{1}$$

由相对熵的性质可知，$h\left(w^{(i)},w^{(j)}\right)=0$，当且仅当 $\forall l\in\{1,2,\ldots,n\}$，$\exists w_l^{(i)}=w_l^{(j)}$。因此，相对熵 $h\left(w^{(i)},w^{(j)}\right)$ 可用于度量两种不同赋权方法所得权向量 $w^{(i)}$，$w^{(j)}$ 的贴近程度。对 s 种赋权结果进行集结得到集结权重 $d=\left(d_1,d_2,\ldots,d_n\right)$ 的问题可以转化为以下数学规划问题：

$$\begin{cases}\min \quad H\left(d\right)=\sum_{j=1}^{s}\sum_{i=1}^{n}d_i\log\dfrac{d_i}{w_i^{(j)}}\\ s.t.\quad \sum_{i=1}^{n}d_i=1,d_i>0\left(i=1,\ldots,n\right)\end{cases}\tag{2}$$

最优化模型 (2) 有全局最优解 $d^*=\left(d_1^*,d_2^*,\ldots,d_n^*\right)$，其中[3]：

$$d_i^*=\frac{\prod_{j=1}^{s}\left(w_i^{(j)}\right)^{\frac{1}{s}}}{\sum_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{s}\left(w_i^{(j)}\right)^{\frac{1}{s}}}\qquad i=1,2,\ldots,n\tag{3}$$

计算第 k 种赋权方法的一致性程度 β_k 的具体步骤：

(1) 在基于客观和基于主观判断的赋权法中选出 s 种方法对属性赋权，得到 s 种赋权法给出的权向量

$$w^{(k)}=\left\{w_1^{(k)},w_2^{(k)},\ldots,w_n^{(k)}\right\}\quad\left(k=1,\ldots,s\right)$$

(2) 建立最优化模型(2)，利用(3)式求得属性集结权重 $d^*=\left(d_1^*,d_2^*,\ldots,d_n^*\right)$

(3) 计算每一赋权结果与集结权重 $d^*=\left(d_1^*,d_2^*,\ldots,d_n^*\right)$ 的贴近度 $h\left(w^{(k)},d^*\right)$ $\left(k=1,2,\ldots,s\right)$

(4) 根据贴近度 $h\left(w^{(k)},d^*\right)$ $\left(k=1,2,\ldots,s\right)$，计算各赋权结果的可信度：

$$\beta_k=\frac{h\left(w^{(k)},d^*\right)}{\sum_{k=1}^{s}h\left(w^{(k)},d^*\right)}\qquad k=1,2,\ldots,s\tag{4}$$

综上所述，组合赋权时同时考虑决策者对赋权方法的偏好 λ_k 和赋权方法间一致性程度 β_k 是比较合理的，可信度 a_k 综合反映了第 k 种赋权方法的相对重要

性，可表示为：

$$a_k = \theta\lambda_k + (1-\theta)\beta_k, \qquad 0 \le \theta \le 1 \tag{5}$$

式中：θ表示决策者对某种赋权方法的偏好度在确定组合权重时的相对重要性，θ的取值视具体决策问题而定，例如可取$\theta = 0.5$。

2.2 一致性检验

由于组合赋权法以主、客观赋权法的结果为基础，这些结果本身是否合理的衡量标准是：结果之间是否能够相互印证，即它们是否具有一致性（或相容性）。因此，在组合之前必须进行一致性检验。目前已经提出的各种组合赋权方法都普遍隐含着一个基本假设：即每一种赋权方法对该问题都是可行的，对它们进行组合可以进一步提高决策的精度。实际上由于不同赋权方法的机理不同，或者不同专家的主观偏好不同，并不是待组合的每一个权向量对该问题都是适用的。因此，讨论组合赋权问题首先应该研究各权向量间的一致性或相容性问题。文献[]提出了通过 Kendall 一致性系数进行事前检验、通过 Spearman 等级相关系数进行事后检验的方法，为多个权向量的相容性检验问题确立了一定的依据。但是该方法是基于数理统计的观点，在具体实施的时候需要人为地指定显著性水平，选取不同的显著性水平会对检验结论产生影响；并且该方法只是利用了多个权向量的信息，脱离具体的评价问题来讨论的，根据文献[4]的研究，即使当两个权序列（权重的排序）完全一致时，它们得到的方案排序有可能会出现不一致。本文将在评价矩阵已知的情况下，根据不同权向量的可信度及其对方案排序的影响来检验它们的相容性问题，并在所有权向量都通过相容性检验的基础上求解最优组合权重，并对其合理性进行检验。

定义 2[1]　设多属性决策问题在属性权重w下的综合评价值向量按各分量由大到小对应的方案排序为$S(w) = (S_1(w), S_2(w), \ldots, S_m(w))$，则称$S(w)$为该问题在权重$w$下的一个方案序列，并称由$s$种赋权方法所得到的方案序列的集合$S^s = \left\{S\left(w^{(l)}\right) \middle| w^{(l)} \in W\right\}$为该问题的方案序列集。将$S(w)$所有可能的取值组成的集族记为$\Psi(w)$，称为该问题在权重$w$下的方案序列集。

定义 3[1]　多属性决策问题的s个权向量构成的方案序列集为$S^s = \left\{S\left(w^{(l)}\right) \middle| w^{(l)} \in W\right\}$，若存在权向量$w^{(0)}$使得$S^s \subseteq \Psi\left(w^{(0)}\right)$，则称这$s$个权向量满足相容性。

对某个给定的多属性决策问题，设第k个权向量$w^{(k)}$对应的方案序列为$S\left(w^{(k)}\right) = \left(S_1\left(w^{(k)}\right), S_2\left(w^{(k)}\right), \ldots, S_m\left(w^{(k)}\right)\right)$。为了使组合权向量$w^{(0)} = \left\{w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, \ldots, w_n^{(0)}\right\}$能尽量符合权向量$w^{(k)}$对方案排序的要求，$w^{(0)}$应该满足下面的$m-1$个约束：

$$R_i\left(w^{(k)}\right) * w^{(0)T} \ge R_{i+1}\left(w^{(k)}\right) * w^{(0)T}, (i = 1, 2, \ldots, m-1) \tag{6}$$

其中$R_i\left(w^{(k)}\right)$为方案$S_i\left(w^{(k)}\right)$对应的评价值向量。

依此类推，为了满足所有s个权向量对方案排序的要求，w_0应该满足：

$$\begin{cases} R_i\left(w^{(1)}\right) * w^{(0)T} \ge R_{i+1}\left(w^{(1)}\right) * w^{(0)T} \\ R_i\left(w^{(2)}\right) * w^{(0)T} \ge R_{i+1}\left(w^{(2)}\right) * w^{(0)T} \\ \vdots \\ R_i\left(w^{(s)}\right) * w^{(0)T} \ge R_{i+1}\left(w^{(s)}\right) * w^{(0)T}, (i \in I) \end{cases} \tag{7}$$

其中$i = \{1, 2, \ldots, m-1\}$，由（7）式一共构成了对$w^{(0)}$的$(m-1) \times s$个约束条件。

为了判断这s个权向量的相容性，现构造如下的线性规划问题：

$$(LP1) \quad \max \quad a$$

$$s.t.\begin{cases} \left(R_i\left(w^{(1)}\right) - R_{i+1}\left(w^{(1)}\right)\right) * w^{(0)T} \ge (1-a_1)a \\ \left(R_i\left(w^{(2)}\right) - R_{i+1}\left(w^{(2)}\right)\right) * w^{(0)T} \ge (1-a_2)a \\ \vdots \\ \left(R_i\left(w^{(s)}\right) - R_{i+1}\left(w^{(s)}\right)\right) * w^{(0)T} \ge (1-a_s)a \\ w_1^{(0)} + w_2^{(0)} + \cdots + w_n^{(0)} = 1 \\ w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, \cdots, w_n^{(0)} \ge 0, a_{\text{无约束}} \end{cases} \quad (i \in I) \tag{8}$$

式中可信度a_k综合反映了第 k 种赋权方法的相对重要性。

上面的线性规划问题可应用 LINDO 或 LINGO 软件来求解。

定理 1[1]　设线性规划$LP1$的最优解为$\left(w^{(0)*}, a^*\right)$，则上述$s$个权向量满足相容性的充分条件是$a^* \ge 0$。

若s个权向量没有通过相容性检验，则不能直接对它们进行权重组合，需要找出并剔除其中存在的疵点权向量。

定义 4[1]　设多属性决策问题在属性权重w下的一个方案序列为$S(w)$，称$S(w)$上的二元关系

$Q(w)=\{(S_i,S_j)|序列S(w)中方案S_i优于方案S_j\}$ 为该问题在权重 w 下的二元方案序列集。

定义 5　设多属性决策问题在属性权重 $w^{(1)}$ 和 $w^{(2)}$ 下的二元方案序列集分别为 $Q(w^{(1)})$ 和 $Q(w^{(2)})$，则在该问题下 $w^{(1)}$ 与 $w^{(2)}$ 的贴近度定义为 $\rho_{w^{(1)}}(w^{(2)})=\dfrac{|Q(w^{(1)})\cap Q(w^{(2)})|}{|Q(w^{(1)})|}$。

显然 $\rho_{w^{(1)}}(w^{(2)})\in[0,1]$，且当该问题在 $w^{(1)}$ 和 $w^{(2)}$ 下的方案排序完全相同时 $\rho_{w^{(1)}}(w^{(2)})=1$，在 $w^{(1)}$ 和 $w^{(2)}$ 下的方案排序完全相反时 $\rho_{w^{(1)}}(w^{(2)})=0$。将此定义推广到单一权向量与多个权向量之间的贴近度，便可得到如下的贴近度定义。

定义 6　设多属性决策问题在属性权重 $w^{(1)},w^{(2)},\ldots,w^{(s)}$ 下的二元方案序列集分别为 $Q(w^{(1)}),Q(w^{(2)}),\ldots,Q(w^{(s)})$，则在该问题下任一权向量 $w^{(i)}$ 与其它 $s-1$ 个权向量的贴近度定义为

$$\rho_{w^{(k)}}(\overline{W})=\frac{1}{(s-1)*|Q(w^{(i)})|}\sum_{w^{(k)}\in\overline{W}}|Q(w^{(i)})\cap Q(w^{(k)})| \tag{9}$$

其中 $\overline{W}=\{w^{(k)}|k=1,2,\ldots,s 且 k\neq i\}$。

一致性检验的具体步骤：

(1) 根据式（8）对待组合的 s 个权向量进行一致性检验；

(2) 若未通过相容性检验，则根据式（9）依次计算每一权向量与其余权向量组的贴近度，贴近度最小的权向量便视为疵点；

(3) 剔除疵点权向量后重新进行相容性检验，若通过检验便认为剩余的权向量是相容，否则重复上述步骤，直至找到相容的权向量组为止。

2.3 组合赋权的求解

文献[5]基于多种赋权方法组合赋权的思想，对 s 种主客观赋权方法提供的权向量进行组合，其中第 k 种方法得到的权向量为 $w^{(k)}=\{w_1^{(k)},w_2^{(k)},\ldots,w_n^{(k)}\}$，$w_j^{(k)}$ 为第 k 种方法对第 j 个属性所赋的权值。在改进的理想解方法基础上引入离差函数，基于主客观赋权下决策结果的偏差应越小越好的思想，建立了如下确定属性权重的加权最小二乘法优化模型：

$$\begin{cases}\min & \displaystyle\sum_{k=1}^{s}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_k\left[\left(w_j-w_j^{(k)}\right)a_{ij}\right]^2\\ s.t. & \displaystyle\sum_{j=1}^{n}w_j=1, w_j>0\quad(j=1,2,\ldots,n)\end{cases} \tag{10}$$

其中 $w_j>0$ $(j=1,2,\ldots,n)$ 为组合后的权重，$w^{(k)}=(w_1^{(k)},w_2^{(k)},\ldots,w_n^{(k)})$ $(k=1,2,\ldots,s)$ 为 s 种赋权法给出的权向量，$\sum_{j=1}^{n}w_j^{(k)}=1$，$a_k$ $(k=1,2,\ldots,s)$ 为 s 种赋权法的权系数，$\sum_{k=1}^{s}a_k=1$。

求解优化模型得：

$$w_j=\sum_{k=1}^{s}a_k w_j^{(k)}\qquad(j=1,2,\ldots,n) \tag{11}$$

将（5）式代入（11）式得组合赋权向量为：

$$w_j=\sum_{k=1}^{s}\left(\theta\lambda_k+(1-\theta)\beta_k\right)w_j^{(k)}, 0\le\theta\le 1 \tag{12}$$

2.4 组合赋权的合理性检验

如何检验组合权数是否合理以及如何选择最合理的组合权数，属于组合赋权的事后检验。由于 Spearman 等级相关系数的计算只利用了属性权重的排序值（排序号），而没有采用属性权重本身，因此“粒度”较大，不能真实反映组合赋权法 s^* 与原 s 种赋权法之间的贴近程度。对于已通过相容性一致性检验的 s 种赋权法，本文引入灰色关联分析提出了一种新的组合赋权合理性检验的方法。

设有 s 种赋权方法，第 k 种方法得到的权向量为 $w^{(k)}=\{w_1^{(k)},w_2^{(k)},\ldots,w_n^{(k)}\}$，$k=1,2,\ldots,s$，$0\le w_j^{(k)}\le 1$，$\sum_{j=1}^{n}w_j^{(k)}=1$。组合赋权方法求取的组合权向量为 $w^{(0)}=\{w_1^{(0)},w_2^{(0)},\ldots,w_n^{(0)}\}$。

以 $w_j^{(0)}$ 为参考序列，$w_j^{(k)}$ 为比较序列，可得其它权向量 $w^{(k)}$ 与组合权向量 $w^{(0)}$ 的邓式灰色关联系数 r_{kj} [6]：

$$r_{kj}=\frac{\min\limits_{s}\min\limits_{n}|w_j^{(0)}-w_j^{(k)}|+\lambda\max\limits_{s}\max\limits_{n}|w_j^{(0)}-w_j^{(k)}|}{|w_j^{(0)}-w_j^{(k)}|+\lambda\max\limits_{s}\max\limits_{n}|w_j^{(0)}-w_j^{(k)}|} \tag{13}$$

式中常数 λ 为分辨系数，通常取 $\lambda=0.5$。

灰色关联度 γ_k 为

$$\gamma_k=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}r_{kj} \tag{14}$$

灰色关联度 γ_k 表示第 k 种赋权法的权向量 $w^{(k)}$ 与组合权向量 $w^{(0)}$ 的赋权结果的贴近度。显然有 γ_k 越大，则组合赋权法与原来第 k 种赋权法的赋权结果越接近。

然后用 $\overline{\gamma}=\frac{1}{s}\sum_{k=1}^{s}\gamma_k$ 来反映组合赋权法与原 s 种赋

权法之间的平均相关程度（平均贴近度），易知 $0<\bar{\gamma}<1$，$\bar{\gamma}$ 越大，则对应的组合赋权法越合理。

3 算例分析

以文献[7]的数据为例，分析本文提出的模型和算法的有效性。选取其中 10 个方案为评价对象集，提取了 5 项综合性指标作为评价的指标集，各方案的属性值（已标准化处理）见表 1。采用熵权法、AHP 法、Delphi 法和模糊定权法作为方法集，即 V={熵权法，AHP 法，Delphi 法，模糊定权法}，对上述指标赋权得到的赋权结果见表 2。

Table 1. Attribute value of projects
表 1. 各方案的属性值

公司名称	x1	x2	x3	x4	x5
G1	0.750	0.608	0.538	0.389	1.000
G2	0.091	0.438	0.000	0.031	0.653
G3	0.962	0.987	0.308	0.000	0.491
G4	0.557	1.000	0.385	0.089	0.450
G5	0.000	0.000	0.462	1.000	0.956
G6	0.216	0.660	1.000	0.757	0.936
G7	0.568	0.536	0.462	0.367	0.000
G8	0.795	0.464	0.000	0.021	0.342
G9	0.534	0.706	0.615	0.433	0.363
G10	1.000	0.752	0.615	0.349	0.356

Table 2. Weights confirmed by weighting methods
表 2. 各赋权法确定的指标权重

指标	熵权法	AHP 法	Delphi 法	模糊定权法
x1	0.349	0.101	0.200	0.188
x2	0.108	0.201	0.156	0.212
x3	0.184	0.262	0.167	0.247
x4	0.213	0.301	0.201	0.103
x5	0.146	0.134	0.277	0.250

（1）确定各种赋权方法的优先度（可信度）a_k 决策者对赋权方法的偏好 λ_k：

本文对各赋权法取等偏好，即 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=0.25$

赋权方法间一致性程度 β_k：

根据式（3）求得属性集结权重 $d^*=\left(d_1^*,d_2^*,\ldots,d_n^*\right)=\left(0.2012,0.1726,0.2227,0.2013,0.2023\right)$。

根据式（1）求得每一赋权结果与集结权重的贴近度为：

h1=0.0308，h2=0.0302，h3=0.0094，h4=0.0175，

根据式（4）则各赋权结果的可信度为：

$$\beta_1=0.3504，\beta_2=0.3436，$$
$$\beta_3=0.1069，\beta_4=0.1991$$

根据式（5）各种赋权方法可信度为：

$$a_1=0.3002，a_2=0.2968，$$
$$a_3=0.1785，a_4=0.2246$$

（2）一致性检验

根据式（8），线性规划问题在 LINDO 求解结果为 a*=-0.04111776，根据式（9）可得：

$$\rho_{w^{(1)}}\left(\overline{W}\right)=0.874，\rho_{w^{(2)}}\left(\overline{W}\right)=0.889，$$
$$\rho_{w^{(3)}}\left(\overline{W}\right)=0.919，\rho_{w^{(4)}}\left(\overline{W}\right)=0.919。$$

显然 $w^{(1)}$ 的贴近度最小，将其作为疵点剔除后，重新进行相容性检验，重新求解得 a*= 0.9713140E-09 > 0，故 $w^{(2)}$，$w^{(3)}$，$w^{(4)}$ 满足相容性要求。

（3）组合赋权的求解

对 $w^{(2)}$，$w^{(3)}$，$w^{(4)}$ 根据式（1）-（4）可得：

$$a_2=0.4303，a_3=0.2695，a_4=0.2999$$

根据式（12）计算组合赋权值为：

$$w_1=0.1537，w_2=0.1921，w_3=0.2318，$$
$$w_4=0.2146，w_5=0.2073$$

（4） 组合赋权（法）的合理性检验

为便于比较，计算不剔除 $w^{(1)}$ 时的组合赋权的值为 $w_1=0.2127$，$w_2=0.1675$，$w_3=0.2183$，$w_4=0.2123$，$w_5=0.1892$。

根据式（14）计算得本文提出的赋权法的贴近度 $\bar{\gamma}=0.68$，不剔除 $w^{(1)}$ 的组合赋权法的贴近度 $\bar{\gamma}=0.62$，可见本文赋权方法优于原赋权方法，是合理、可行的。

4 结束语

本文提出的基于相对熵和决策者偏好的最优组合赋权方法融合了多种主观赋权法及客观赋权法所含有的信息，使组合权向量与所有其它赋权法的评价权向量之间的总体偏差为最小，又考虑了各方法的不确定性，进行可信度和合理性进行检验，并尽可能地满足决策者的偏好，从而得到最优组合权系数。本文提出的组合赋权方法，避免了单纯的线性组合或者主客观加权法的弊端，使评价结果更加合理和稳定，且具有思路清晰、简洁实用、易于计算机上实现等特点，在经济、管理和军事等领域有广泛的用途。

References (参考文献)

[1] 曾宪报. 组合赋权法新探. 预测[J]. 1997(5): 69−72.

[2] 雷功炎. 关于将相对熵用于层次分析的简单注记. 系统工程理论与实践[J]. 1995: 15(3): 65−68.

[3] 魏存平, 邱菀华, 杨继平. 群决策问题的 REM 集结模型. 系统工程理论与实践[J]. 1999: 19(8): 38−41.

[4] Xu X Z. A note on the subjective and objective integrated approach to determine attribute weights. European Journal of Operational Research[J]. 2004: 530−532.

[5] 王中兴, 牟琼, 李桥兴. 多属性决策的组合赋权法. 应用数学与计算数学学报[J]. 2003: 17(2): 55−62.

[6] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中科技大学出社, 2005.

[7] 张国权. 基于离差函数和联合熵的组合赋权方法. 管理学报[J]. 2008: 5(3): 376−380.

978-1-935068-01-3 © 2009 SciRes.